

Ejercicios para preparar el 2^{do} examen de probabilidad

Fecha de examen: lunes 18 de septiembre del 2023

Instrucciones: Los siguientes ejercicios son para preparar el examen de la parte de variables aleatorias del curso probabilidad aplicada de la LCD. No son para entregar y no tienen ningún peso en la evaluación. Tampoco vendrán necesariamente en el examen, sin embargo en el examen verán ejercicios muy similares. En el caso en el que no puedan resolver algún ejercicio pueden preguntar dudas siempre y cuando hayan hecho un intento serio por resolverlo.

Comprensión de conceptos

1. ¿Qué es y para qué nos sirve una variable aleatoria?
2. ¿Qué relación existe entre (Ω, P) y (V, P_X) ?
3. ¿Cuál es la diferencia entre v.a. discretas y continuas?
4. Con respecto a la v.a. X , ¿qué información podemos obtener de
 - $f(x)$?
 - $F(x)$?
 - $\mathbb{E}(X)$?
 - $Var(X)$?
 - Coeficiente de asimetría?
 - Coeficiente de curtosis?
5. La función de distribución de probabilidades, ¿es una probabilidad? (justifica)
6. Define la función generadora de momentos de la v.a. X . ¿por qué se le llama de esta manera?
7. ¿Qué dice la propiedad de unicidad de la función generadora de momentos?
8. ¿Qué tipo de fenómenos pueden describir las siguientes variables aleatorias?
 - Binomial.
 - Poisson.
 - Gamma.
 - Normal.
9. Describe los parámetros de las distribuciones escritas en la pregunta anterior.
10. Si $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, ¿cómo estandarizas para obtener una $Z \sim N(0, 1)$?

Manejo de teoría

1. El estacionamiento para alumnos de posgrado en una universidad tiene espacio para 30 autos. Si en total hay 50 alumnos de posgrado y la probabilidad de que tengan auto es de $1/2$. ¿Cuál es la probabilidad de que los 30 espacios no sean suficientes?
2. Un sitio web recibe en promedio 20 visitas por hora. ¿Cuál es la probabilidad de que reciba más de 30 visitas?
3. En una fábrica, ocurre en promedio un accidente por semana. ¿Cuál es la probabilidad de que ocurran más de dos accidentes?
4. Sean X_1, X_2, \dots, X_n v.a. independientes con $X_i \sim \text{Exp}(\beta)$, para $i = 1, 2, \dots, n$. ¿Cómo se distribuye $\sum_{i=1}^n X_i$?
5. La estatura promedio de los mexicanos (hombres) es de 1.67 metros y su desviación estándar es de 0.06 metros. ¿Cuál es la probabilidad de que un mexicano (hombre)
 - mida más de 1.80 metros?
 - mida entre 1.50 y 1.60 metros?

estandariza para obtener estas probabilidades en términos de la función de distribución acumulada de una v.a. normal estándar.

6. En el concurso 2022 para ingresar a la carrera de actuaría en la Facultad de Ciencias de la UNAM se observó que el promedio de aciertos en el examen de selección fue de 66 con una desviación estándar de 22 aciertos. Si el número mínimo de aciertos para ser seleccionad@ fue de 105 y se asume una distribución normal para el número de aciertos, ¿cuál fue la probabilidad de ser seleccionad@?
7. En seguimiento a la pregunta anterior, si además se sabe que presentaron el examen 896 candidat@s y fueron seleccionad@s 59. ¿Qué se puede decir al respecto?
8. Si $Y = aX + b$ (a y b constantes) y se tiene que $X \sim N(\mu, \sigma)$. ¿Cómo se distribuye la v.a. Y? (demuéstralo).
9. Revisa la manera de encontrar esperanza y varianzas.
10. Revisa lo que debe cumplir una función de distribución de probabilidad.