

Conceptos básicos de inferencia estadística | Semestre 2018-1

Tarea 3

Fecha de entrega: 7 de septiembre

1. En una caja hay 14 bolas idénticas excepto por el color, 8 son negras, 4 son verdes y 2 azules. Un ensayo/experimento consiste en extraer dos bolas al azar. Responder lo siguiente.
 - a) Describir el espacio muestral Ω de este experimento.
 - b) Suponer que por cada bola verde seleccionada se gana 1 MXN y por cada bola negra seleccionada se pierden 2 MXN. Si se define la función X como la ganancia obtenida y se toma $\mathcal{A} = 2^\Omega$, mostrar que X es una variable aleatoria.
 - c) Si se asume que las extracciones se realizan al azar, cualquier par de bolas tiene la misma probabilidad de ser extraído, encontrar la fda y la fmp de X .

2. Suponer que se lanzan dos dados *tetraédricos* (cuatro caras) con las caras marcadas del 1 al 4. Responder lo siguiente.
 - a) Describir el espacio muestral Ω de este experimento.
 - b) Si se toma $\mathcal{A} = 2^\Omega$, mostrar que la función $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ definida como

$$X(\omega) = \text{“el producto de las caras”}$$

es una variable aleatoria.

- c) Si se asume que los resultados en Ω son igualmente probables, encontrar la fda y la fdp de X .
3. Si X es una v.a. discreta con imagen $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ y con fmp $p_x(\cdot)$, se define el valor esperado o esperanza de X , denotada por $E(X)$, como

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p_X(x_i).$$

- a) Calcular el valor esperado de las vv.aa. en los ejercicios 1 y 2.
 - b) Calcular el valor esperado de una v.a. con distribución $Po(\lambda)$, con $\lambda > 0$.
4. Se sabe que un artículo producido en una cierta máquina es defectuoso con probabilidad 0.1. Se puede asumir que la calidad de un nuevo artículo es independiente de la calidad de los artículos producidos anteriormente. Responder lo siguiente
 - a) ¿Cuál es la probabilidad de que en un lote de 10 artículos se encuentre al menos uno defectuoso?
 - b) Si la máquina se detiene para revisión cada que se produce un artículo defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que la máquina se detenga después de producir 10 artículos?
 - c) Si ahora se detiene la máquina cada que se acumulan 5 artículos defectuosos, ¿cuál es la probabilidad que la máquina se detenga después de producir 20 artículos?
 - d) Suponer que la distribución del número de lotes que se solicitan a la fábrica en un día tiene una distribución $Poi(3)$. ¿Cuál es la probabilidad de que en un día se soliciten al menos tres lotes?

5. Sea X una v.a. continua con fdp dada por

$$f_X(x) = k(1 - x^2)\mathbb{1}_{(-1,1)}(x), \quad x \in \mathbb{R}.$$

- a) Determinar el valor de k para que $f_X(\cdot)$ sea realmente una fdp.
- b) Encontrar la función de distribución acumulada de X .

6. Suponer que el tiempo de vida, en años, de cierto dispositivo electrónico se puede modelar con una variable continua con fdp dada por

$$f_X(x) = ke^{-x/5}\mathbb{1}_{(0,\infty)}(x), \quad x \in \mathbb{R}.$$

- a) Determinar el valor de k para que $f_X(\cdot)$ sea realmente una fdp.
- b) Calcular la probabilidad de que un dispositivo funcione al menos 5 años.
- c) Encontrar la fda del tiempo de vida.

7. Si X es una v.a. con fda $f(\cdot)$ se define el valor esperado o esperanza de X como

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xf_X(x)dx.$$

Calcular el valor esperado de las vv.aa. de los ejercicios 5 y 6.

8. Sea X es una v.a. con fdp dada por

$$f_X(x) = (a + bx^2)\mathbb{1}_{(0,1)}(x), \quad x \in \mathbb{R}.$$

- a) Si $E(X) = 0.6$, encontrar los valores de a y b para que $f_X(\cdot)$ sea realmente una fdp.
- b) Encontrar fda de X .