**Conceptos básicos de inferencia estadística | Semestre 2018-1**

*Tarea 4*

Fecha de entrega: 21 de septiembre

1. Un establecimiento de servicio a clientes cierra sus puertas a las 16:00 h y solamente tiene una ventanilla de servicio. El empleado de la ventanilla se hasta que el último cliente haya sido atendido. Responder lo siguiente.

   *a*) Si en un día el último cliente comienza a ser atendido a las 15:55 h y se puede asumir que el tiempo de atención, medido en minutos, se puede considerar como una variable aleatoria uniforme en el intervalo de 0 a 90 minutos, ¿cuál es la probabilidad de que el empleado salga después de las 17:00 h?

   *b*) En el ejemplo anterior, suponer que el tiempo de atención tiene una distribución exponencial con parámetro $\lambda = 1/60$. Calcular la probabilidad de que el empleado salgan después delas 17:00 h.

   *c*) En el ejemplo anterior, suponer que el primero de los últimos tres clientes comienza a ser atendido a las 14:25 h. Si los tiempos de atención son independientes y se puede asumir que tienen una distribución exponencial con parámetro $\lambda = 1/60$. Calcular la probabilidad de que el empleado salga después de las 17:00 h.

   *d*) Ejemplo anterior, suponer que en un día el último cliente comienza a ser atendido a las 15:55 h y si se puede asumir que el logaritmo tiempo de atención en minutos, tiene una distribución normal con media $\mu = 3.6$ y varianza $\sigma^2 = 1$. Calcular la probabilidad de que el empleado salga después de las 17:00 h.

2. Calcular $E(X)$ para $X$ con densidad:

   *a*) $f(x) = \frac{1}{4}xe^{-x/2}\mathbb{1}_{(0,\infty)}(x)$.

   *b*) $f(x) = 5(1-x)^4\mathbb{1}_{(0,1)}(x)$.

   *c*) $f(x) = 5/x^2\mathbb{1}_{(5,\infty)}(x)$.

3. Si $X$ es una v.a. normal con parámetros $\mu = 10$ y $\sigma^2 = 36$, calcular las siguientes probabilidades utilizando las tablas de la distribución normal estándar.

   *a*) $P(X > 5)$.

   *b*) $P(4 < X < 16)$.

   *c*) $P(X < 8)$.

   *d*) $P(X < 20)$.

   *e*) $P(X > 16)$.

4. Suponer que $X$ es una variable aleatoria normal con $\mu = 5$. Si $P(X > 9) = 0.2$, cuál es el valor aproximado de $V(X)$.

5. Si $X$ es una v.a. y $a$, $b$ son constantes, $b \neq 0$. Mostrar lo siguiente.

   *a*) $V(X) = E(X^2) - E(X)^2$.

   *b*) $V(a + bX) = b^2V(X)$.

   Mostrar por separado para $X$ continua y discreta.

6. Si $X \sim U(\alpha, \beta)$, con $\alpha < \beta$, calcular el valor esperado y la varianza de $X$.

7. Si $X \sim Ga(\alpha, \lambda$, con $\alpha, \lambda > 0$, calcular el valor esperado y la varianza de $X$.
8. Si $X \sim Be(\alpha, \beta)$, con $\alpha, \beta > 0$, calcular el valor esperado y la varianza de $X$.
9. Si $X \sim U(\alpha, \beta)$, con $\alpha < \beta$, calcular $E(X^n)$, para $n \in \mathbb{N}$.
10. Si $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, con $\mu \in \mathbb{R}$ y $\sigma > 0$, mostar que $E(X) = \mu$ y $V(X) = \sigma^2$.
11. En una comunidad grande se discute la aprobación de un aumento a cierto impuesto a la renta- Si el 65 % de las personas está a favor del incremento, aproximar la probabilidad de que en una muestra aleatoria de 100 personas haya:

    *a*) Al menos 50 en fevor de aumento.

    *b*) Entre 60 y 70. ambos inclusive. que estén a favor.

    *c*) menos de 75 a favor de la propuesta.

    **Hint:** La solución exacta a este ejercicio está dada por la distribución binomial, pero el objetivo es utilizar la aproximación normal. No olvidar el factor de corrección por continuidad.