

Conceptos básicos de inferencia estadística | Semestre 2018-1

Tarea 7. Parte 1

Fecha de entrega: 26 de octubre

1. Se mide el radio r de un círculo con un error de medición que se asume $N(0, \sigma^2)$, con σ^2 desconocida. Dadas n mediciones independientes del radio, encontrar un estimador insesgado del área del círculo.
2. Sea X_1, X_2 una muestra aleatoria de tamaño 2 de una distribución $N(\theta, 1)$. Considerar los siguientes tres estimadores de θ .

$$T_1 = \frac{2}{3}X_1 + \frac{1}{2}X_2$$
$$T_2 = \frac{1}{4}X_1 + \frac{3}{4}X_2$$
$$T_3 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_2$$

- a) Para la función de pérdida $\ell(t, \theta) = 3\theta^2(t - \theta)^2$, encontrar la función de riesgo de cada estimador y graficarlas.
 - b) Determine qué estimadores son insesgados para θ .
 - c) ¿Qué estimador tiene menor ECM?
3. Sea X una v.a. continua con fdp dada por

$$f_X(x) = k(\theta - x)\mathbb{1}_{(0, \theta)}(x), \quad \theta > 0.$$

- a) Calcular k para que la función anterior sea realmente una función de densidad.
 - b) Calcular $E(X)$ y $V(X)$.
 - c) Encontrar un estimador de momentos de θ basado en una muestra de tamaño n .
 - d) Calcular el ECM del estimador del inciso anterior.
 - e) Encontrar el estimador de máxima verosimilitud de θ basado en una muestra de tamaño $n = 2$.
4. Sea X_1, \dots, X_n una muestra aleatoria de una distribución $Exp(\lambda)$, con $\lambda > 0$. Considerar la siguiente parametrización de la densidad exponencial:

$$Exp(x | \lambda) = \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{x}{\lambda}} \mathbb{1}_{(0, \infty)}(x).$$

- a) Encontrar un estimador insesgado para λ a partir de $X_{(1)}$. Este estimador será T_1 .
- b) Calcular el ECM de T_1 .
- c) Encontrar el estimador de máxima verosimilitud de λ . Este estimador será T_2 .
- d) Calcular el ECM de T_2 .
- e) Graficar $ECM(T_1)$ y $ECM(T_2)$ como funciones de λ y decidir qué estimador es mejor y en qué casos.

5. Sea X_1, \dots, X_n una muestra aleatoria de una distribución $U(0, \theta)$, con $\theta > 0$.

a) Sea T_1 el estimador de momentos de θ . Calcular el ECM de T_1 .

b) Sea T_2 el estimador de máxima verosimilitud de θ . Calcular el ECM de T_2 .

c) Graficar $ECM(T_1)$ y $ECM(T_2)$ como funciones de θ y decidir qué estimador es mejor y en qué casos.