

Conceptos básicos de la Inferencia Estadística | Semestre 2019-1

Tarea 02

Fecha de entrega: 23 de agosto

1. En una caja hay 14 bolas idénticas excepto por el color: 8 son negras, 4 son verdes y 2 azules. Un ensayo/experimento consiste en extraer dos bolas al azar, el orden de la selección no es relevante. Responder lo siguiente.

- Describir el espacio muestral Ω de este experimento.
- Suponer que por cada bola verde seleccionada se gana 1 MXN y por cada bola negra seleccionada se pierden 2 MXN. Si se define la función X como la ganancia obtenida y se toma $\mathcal{A} = 2^\Omega$, mostrar que X es una variable aleatoria.
- Si se asume que las extracciones se realizan al azar, cualquier par de bolas tiene la misma probabilidad de ser extraído, encontrar la fda y la fmp de X .

2. Suponer que se lanzan dos dados *tetraédricos* (cuatro caras) con las caras marcadas del 1 al 4. Responder lo siguiente.

- Describir el espacio muestral Ω de este experimento.
- Si se toma $\mathcal{A} = 2^\Omega$, mostrar que la función $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ definida como

$$X(\omega) = \text{“el producto de las caras”}$$

es una variable aleatoria.

- Si se asume que los resultados en Ω son igualmente probables, encontrar la fda y la fdp de X .
3. Si X es una v.a. discreta con rango $X(\Omega) = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ y con fmp $p(\cdot)$, se define el valor esperado o esperanza de X , denotada por $E(X)$, como

$$E(X) = \sum_{i=1}^n x_i p(x_i).$$

- Calcular el valor esperado de la variable aleatoria del Ejercicio 1.
 - Calcular el valor esperado de la variable aleatoria del Ejercicio 2.
4. Se sabe que un artículo producido en una cierta máquina es defectuoso con probabilidad 0.1. Se puede asumir que la calidad de un nuevo artículo es independiente de la calidad de los artículos producidos anteriormente. Responder lo siguiente

- ¿Cuál es la probabilidad de que en un lote de 10 artículos se encuentre al menos uno defectuoso?

- b) Si la máquina se detiene para revisión cada que se produce un artículo defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que la máquina se detenga después de producir 10 artículos?
- c) Si ahora se detiene la máquina cada que se acumulan 5 artículos defectuosos, ¿cuál es la probabilidad que la máquina se detenga después de producir 20 artículos?
- d) Suponer que la distribución del número de lotes que se solicitan a la fábrica en un día tiene una distribución $Poi(3)$. ¿Cuál es la probabilidad de que en un día se soliciten al menos tres lotes?

5. Según estudios, durante la década de los 1980 en E.U.A, se registró un promedio de 121.95 decesos laborales a la semana. Responder lo siguiente.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que una semana se registraran más de 150 decesos?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que durante el primer trimestre de 1987 se registraran más de 1700 decesos?

- Se dice que una variable aleatoria X tiene una distribución hipergeométrica con parámetros n , m y k si su rango es $X(\Omega) = \{0, 1, \dots, \min(k, n)\}$ y su fmp está dada por

$$p(x) = \begin{cases} \frac{\binom{n}{x} \binom{m}{k-x}}{\binom{n+m}{k}}, & \text{si } x = 0, 1, \dots, \min(k, n), \\ 0, & \text{d.o.m.} \end{cases}$$

Esta distribución se utiliza para modelar experimentos en los que se muestrea una población en la que un grupo de individuos tiene alguna característica de interés. Si en una población en la que n individuos tienen la característica y m no la tienen, se selecciona una muestra aleatoria de k elementos, entonces el número de elementos en la muestra que tienen la característica sigue una distribución hipergeométrica con parámetros n , m y k .

6. En una reserva natural existen 25 individuos de una determinada especie, de los cuales 15 son hembras y 10 son machos. Como parte de un estudio científico sobre las hembras de la especie, se capturaron 5 individuos para ser analizados,

- a) Obtener la fmp y la fda del número de hembras en la muestra capturada.
- b) Calcular la probabilidad de que en la muestra haya más de dos hembras.
- c) Calcular el valor esperado del número de hembras en la muestra.