

Regresión múltiple 17-2

Tarea 7

Fecha de entrega: 20/04/2017

1. Considerar las siguientes matrices

$$\mathbf{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{X} = \begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{pmatrix}$$

Calcular las siguientes expresiones

- $\mathbf{X}'\mathbf{X}$.
- $|\mathbf{X}'\mathbf{X}|$.
- $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$ (¿qué se debe cumplir para que tal inversa exista?)
- $(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{y}$

2. Si $\mathbf{X} = (X_1, X_2, X_3)' \sim N_3(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ con

$$\boldsymbol{\mu} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

Responder a lo siguiente.

- ¿Cuáles de los siguientes pares de variables aleatorias son independientes? Explicar por qué: *i)* X_1 y X_2 , *ii)* X_2 y X_3 , *iii)* X_1 y $X_1 + 3X_2 - 2X_3$.
- Indicar cuál es la distribución de las siguientes variables o vectores aleatorios: *i)* X_1 , *ii)* X_3 , *iii)* (X_1, X_2) .
- Sea la matriz

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

¿Cuál es la distribución del vector \mathbf{AX} ?

★ Opcional: Mostrar que si $a \neq 0$ y $a + bn \neq 0$, entonces

$$(a\mathbf{I}_n + b\mathbf{J}_n)^{-1} = \frac{1}{a} \left(\mathbf{I}_n - \frac{b}{a + bn} \mathbf{J}_n \right).$$