SERIES DE TIEMPO

TAREA 2 Y PROYECTO

FECHA DE ENTREGA: 24 DE MARZO, 2025.

1) Proporciona un ejemplo de un proceso débilmente estacionario pero no estrictamente estacionario.

2) Demostrar que la ACV de un proceso MA(q) es dada por

$$\gamma(k) = \begin{cases} \sigma^2 \sum_{j=0}^{q-|k|} \theta_j \theta_{j+|k|}, & |k| \leq q \\ 0, & |k| > q, \end{cases} \tag{1}$$

donde $\theta_0 := 1$ y $\theta_j := 0$ cuando $j > q$.

3) a) Demostrar que si $\{Y_t\}$ es lineal, e.g.

$$Y_t = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \psi_j Z_{t-j}, \quad \text{con} \sum_{j=-\infty}^{\infty} \psi_j^2 < \infty$$

con $Z_t \overset{\text{iid}}{\sim} \text{D}(0, \sigma^2)$ entonces $\{Y_t\}$ es estrictamente estacionario. Nota: $\text{D}(0, \sigma^2)$ denota cualquier distribución con media cero y varianza σ^2.

b) Usando el resultado en a) concluye que un proceso MA(q) con ruido gaussiano es estrictamente estacionario.

4) Considera dos modelos MA(2),

$$Y_t = \theta_i(B)\varepsilon_t, \quad i = 1, 2$$

con $\varepsilon_t \overset{\text{iid}}{\sim} \text{N}(0, \sigma^2)$, donde

$$\theta_1(B) = (1 + \frac{1}{3}B)(1 + \frac{1}{2}B)$$

y

$$\theta_2(B) = (1 + 3B)(1 + 2B).$$

a) Menciona si dichos modelos son o no invertibles.

b) Simula trayectorias de los modelos arriba mencionados, e.g., mediante una especificación de parámetros $Y_1 = 0, n, \sigma^2$ de tu elección.

c) Dibuja las trayectorias simuladas en a) y sus ACF's correspondientes.

d) ¿Qué observas de dichos resultados? ¿ Podrías decir que los modelos son parecidos, iguales, diferentes?

5) Representa los siguientes modelos en términos de ecuaciones de diferencias, i.e. del tipo $Y_t = \Phi Y_{t-1} + \omega_t$

a) ARIMA$(1, 1, 2) \times (2, 3, 1)_8$

b) ARIMA$(0, 1, 0) \times (0, 1, 0)_{12}$

c) ARIMA$(1, 1, 2) \times (2, 3, 1)_8$

d) ARIMA$(1, 0, 0) \times (0, 0, 1)_1$

f) ARIMA$(1, 0, 1) \times (1, 0, 1)_4$

6) De la página del curso obtén la serie de datos `Datos1.txt`.

a) ¿Podrías decir que los datos pueden ser modelados a través de un modelo ARMA? ¿Cuál?

b) ¿Podrías decir que los datos corresponden a un ruido blanco?

c) ¿Son los datos débilmente (o fuertemente) estacionarios?

d) ¿Existe dependencia de orden > 2?

7) Analiza los datos `sunspots.tsm` (datos):

a) ¿Es un modelo ARIMA$(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$ adecuado para modelar esta serie? ¿Cuál?

b) ¿Una vez ajustado tu modelo, qué podrías decir acerca de los residuales?

c) ¿Detectas algún tipo de no-linealidad y/o no-reversibilidad?

8) Analiza la serie `deaths.tsm` (datos) correspondiente a muertes accidentales en EUA durante el periodo de Ene-1973/Dic-1978 :

a) Sugiere el mejor modelo ARIMA$(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$ para dicha serie.

b) Exhibe la predicción e intervalos de confianza, basados en el modelo en a), a 3 años.

c) ¿Qué podrías concluir, basándote en tus predicciones, acerca de las muertes en EUA durante el periodo 1979-1981?

PROYECTO. Este proyecto tendrá el valor de dos puntos en la calificación final.

- Utilizar tres series financieras con datos históricos de al menos un año (en días) de tu elección. Dichas series pueden ser obtenidas de http://finance.yahoo.com Puedes usar la librería de `R`, `quantmod`, y bajar la serie con el comando `getSymbols('AAPL', src = 'yahoo')`.
Para el análisis utiliza los log-rendimientos correspondientes a la serie de precios al cierre, i.e. `log_returns <- diff(log(Cl(AAPL)))`

- En base a un análisis de los log-rendimientos (e.g. ACF, PCF de Y_t, $|Y_t|$ y Y_t^2, histogramas, diagramas de dispersion para Y_t vs Y_{t-1}, coeficiente de curtosis, etc.) Establece si los datos presentan:

  1. Colas pesadas (e.g. con respecto a la dist. gaussiana).
  2. Sesgamiento en la distribución marginal.
  3. Conglomeración en periodos de alta y baja volatilidad
  4. Dependencia en momentos de orden 2 y/o 4.

- Con lo anterior, ¿se justifica el uso de un modelo ARCH (GARCH)? **Nota:** Al menos una de tus 3 series deberá presentar heteroscedasticidad

- En los casos de que la respuesta al punto anterior sea afirmativa, ajusta un modelo ARCH (GARCH) correspondiente a tus series.

  1. Justifica la selección del orden, puedes investigar y usar el criterio de información de Akaike (AICC).
  2. Ajusta ambos modelos, ARCH y GARCH, utilizando ya sea una librería de `R` o lenguaje de programación similar, o programando tu el ajuste. Puedes usar modelos ARCH y GARCH gaussianos o con otro tipo de ruido blanco. ¿Qué sucede con el orden del modelo al pasar de ARCH a GARCH?
  3. Escoge un modelo ARCH (GARCH) y analiza los residuales obtenidos del ajuste.
  4. ¿Cómo se ve la volatilidad estimada?